

UNIVERSITÉ POLYTECHNIQUE DE LODZ
FACULTÉ: Internationale d'Ingénierie
SPÉCIALITÉ: Gestion et Technologie
II-ème année

**THERMODYNAMIQUE ET
MECANIQUE DES FLUIDES**

Travaux Pratiques

A l'Institut des Turbomachines

TRAVAIL PRATIQUE # 1

**ÉQUILIBRE D'UN LIQUIDE DANS UN RÉCIPIENT
EN ROTATION UNIFORME
AUTOUR D'UN AXE VERTICAL**

Personnes responsables du programme:
Dr ing. Jaroslaw R. Blaszcak (coté polonais)
Prof. Geneviève Comte-Bellot (coté français)

LODZ / LYON 2002

1. BUTS DU TRAVAIL

Trois buts sont recherchés:

- a) confirmation que la surface libre du liquide dans un récipient qui tourne à vitesse uniforme autour d'un axe vertical est un paraboloïde de révolution;
- b) détermination de la vitesse angulaire ω comme un paramètre de la surface libre du liquide, de deux façons, et comparaison des valeurs obtenues;
- c) détermination et étude de la répartition des pressions sur le fond et les parois du récipient lors de l'équilibre relatif.

2. INTRODUCTION

Un liquide placé dans un récipient qui tourne avec une vitesse constante (C^{te}):

$$\omega = C^{te} \quad (1.0)$$

autour de l'axe vertical z se comporte comme un solide indéformable (figure 1-1).

Théoriquement ce comportement n'apparaît qu'après une période de temps infiniment longue après le démarrage. Cela provient du fait que le déplacement d'une quantité de mouvement des parois du récipient au fond du liquide se fait par l'intermédiaire des forces de frottement interne dont les valeurs diminuent jusqu'à zéro avec le temps, alors avec une extinction du glissement entre les couches concentriques du liquide. Mathématiquement on peut écrire ce processus sous la forme d'une fonction exponentielle qui converge asymptotiquement à zéro avec le temps. Le fond du récipient fait partie aussi du déplacement d'une quantité de mouvement au fond du liquide.

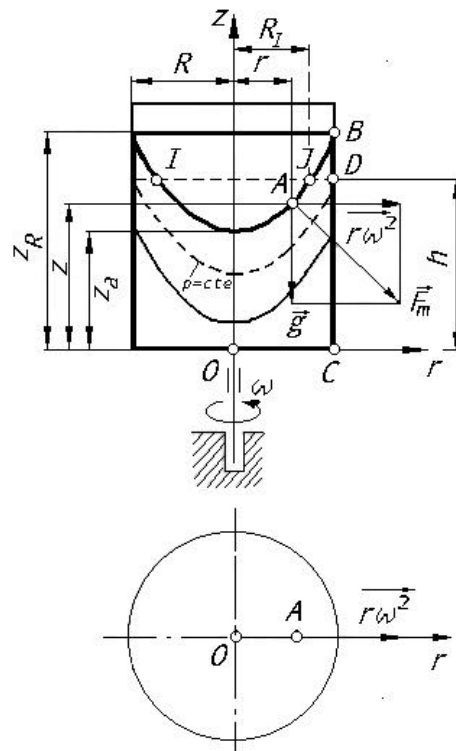


Figure 1.1. Système des surfaces équipotentielles

Dans les conditions réelles, le processus de déplacement d'une quantité de mouvement est complexe. Cela provient de différents effets additionnels comme: les vibrations du liquide, la non parfaite forme cylindrique du récipient, les vibrations du récipient à cause de la non-coïncidence de l'axe géométrique et de l'axe de rotation du récipient, le fouettement mécanique de l'appareil qui entraîne le récipient etc.

Dans le cas considéré, le problème est à symétrie axiale, et le système de trois coordonnées spatiales x, y, z peut être remplacé par le système de deux coordonnées cylindriques r, z . L'origine du système de coordonnées est choisie au centre du fond du récipient et l'axe z est confondu avec l'axe de rotation vertical, et est de sens opposé à la direction de la force de gravité. D'après l'équation d'équilibre d'un liquide on peut écrire:

$$dp = \frac{dp}{dr} dr + \frac{dp}{dz} dz = r r w^2 dr - r g dz \quad (1.1)$$

En intégrant:

$$p = r \left(\frac{r^2 w^2}{2} - g z \right) + C^{te} \quad (1.2)$$

C^{te} peut être calculée avec condition que pour $r = 0$ et $z = z_a$:

$$p = p_a \text{ et } C^{te} = p_a + r g z_a \quad (1.2a)$$

La pression du liquide en un point quelconque résulte de l'équation:

$$p = p_a + r \left[\frac{r^2 w^2}{2} - g(z - z_a) \right] \quad [\text{N/m}^2] \quad (1.3)$$

avec:

- p_a - la pression atmosphérique [N/m²]
- r - la densité de liquide [kg/m³]

Les surfaces équipotentiellles sont des paraboloïdes de révolution. Ainsi une surface équipotentielle est la surface libre de liquide qui peut être observée et mesurée facilement. Tous les points de la surface libre, comme le point A, vérifient l'équation:

$$\frac{r^2 w^2}{2} - g(z - z_a) = 0 \quad (1.4)$$

Le paramètre w définit une forme de la surface libre (de paraboloïde) et le paramètre z_a est la distance entre le sommet du paraboloïde et l'origine du système de coordonnées.

Si, à l'arrêt, le liquide a une hauteur h on montre facilement que l'abaissement du milieu de la surface libre ($h - z_a$) est égal au relèvement BD des bords et que la surface libre passe, quelque soit w par cercle de diamètre $IJ = R\sqrt{2}$.

La surpression du liquide relativement à la pression atmosphérique p_a est égale à:

$$p_n = r \left[\frac{r^2 w^2}{2} - g(z - z_a) \right] \quad [\text{N/m}^2] \quad (1.5)$$

Des équations (1.1) et (1.3) il résulte que pour la surface libre de liquide $p_n = 0$. La distribution des surpressions au fond du récipient s'obtient à partir de l'équation (1.3) en faisant $z = 0$ ce qui fournit:

$$p_n = r \left(\frac{r^2 \omega^2}{2} + g z_a \right) \quad [\text{N/m}^2] \quad (1.5a)$$

La distribution des surpressions aux parois du récipient résulte de l'équation (1.3) en faisant $r = R$, ce qui donne:

$$p_n = r \left[\frac{R^2 \omega^2}{2} - g(z - z_a) \right] \quad [\text{N/m}^2] \quad (1.5b)$$

L'équation (1.5) correspond à une distribution linéaire de la pression en fonction de z , puisque z n'est qu'à la première puissance dans l'expression de p_n . Au point le plus haut B , donc pour $z = z_R$, la surpression est égale à zéro, il en résulte que $p_n = 0$ d'après l'équation (1.1). Au point le plus bas C , donc pour $r = R$ et $z = 0$, l'équation (1.5) se présente sous la forme:

$$p_n = r \left(\frac{R^2 \omega^2}{2} + g z_a \right) \quad [\text{N/m}^2] \quad (1.6)$$

L'équation (1.1) qui concerne la surface libre prend pour B ($r = R$, $z = z_R$) la forme suivante:

$$\frac{R^2 \omega^2}{2} + g z_a = g z_R$$

qui, après emploi de l'équation (1.6), fournit la valeur de la surpression au point C :

$$p_n = r g z_R \quad [\text{N/m}^2] \quad (1.7)$$

3. SCHÉMA ET DESCRIPTION DU BANC D'ESSAIS

Le schéma du banc d'essai est présenté sur la figure 1.2. Le récipient (1) est un cylindre en matériau transparent qui contient de l'eau colorée, dont la hauteur, sans mouvement, est égale à z_l . Le récipient est fixé aux paliers à roulement (2) et entraîné par le moteur électrique (3) avec un convertisseur et une transmission par roues dentées (4) avec une démultiplication stable de rapport 10. Les éléments qui interviennent dans l'entraînement sont: une roue (6) sur l'arbre (5) qui a un plateau de friction (7) lié rigidement au récipient.

Pour mesurer une coordonnée z on utilise un indicateur (11) qui se déplace sur une échelle (12). La fréquence de rotation du récipient est mesurée à l'aide d'un compte-tours.

4. ACQUISITION DES MESURES

Les mesures sont à effectuer pour cinq vitesses de rotation du récipient, en réglant le moteur électrique (3). Dans chaque cas il faut attendre de 3 à 5 minutes pour que l'équilibre de la surface libre de l'eau soit atteint. Quand cela est réalisé, on mesure pour chaque vitesse de rotation:

- la hauteur z_a ;
- la hauteur z_R .

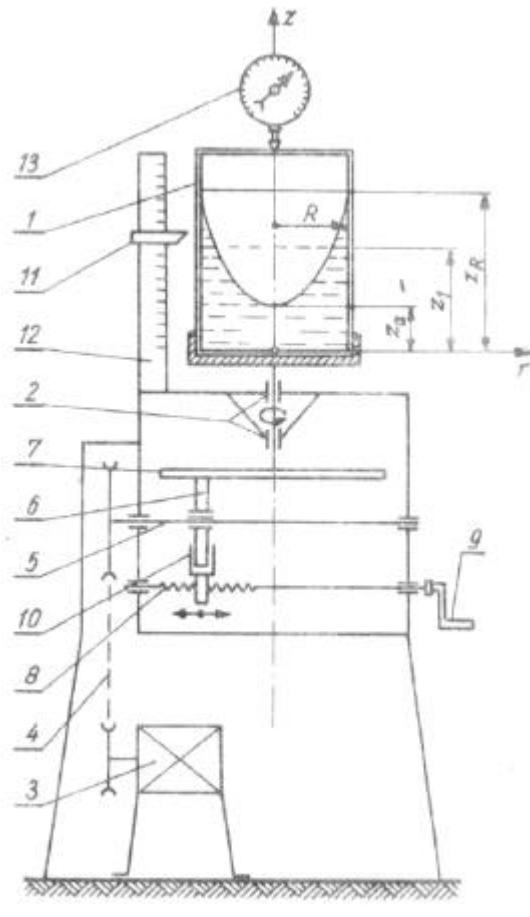


Figure 1.2. Schéma du banc d'essais

- 1 - récipient qui tourne autour de l'axe vertical; 2 - paliers à roulement;
 3 - moteur électrique; 4 - transmission; 5 - arbre; 6 - roue;
 7 - plateau de friction; 11 - indicateur; 12 - échelle

On rappelle que la vitesse de rotation ω est déduite de la fréquence n_0 mesurée à l'aide du compte-tours.

En outre, il faut mesurer la hauteur de l'eau z_l lorsque le récipient est immobilisé. Toutes les hauteurs z_a , z_R et z_l sont acquises à l'aide de l'indicateur (11) et de l'échelle (12). Les résultats sont consignés dans un tableau.

Tableau des mesures

N^0	n_0	z_a	z_R	z_l	$z_R - z_a$	$z_R - z_l$	$z_l - z_a$
	tours/min	mm			mm		
1							
2							
3							
4							
5							

5. CALCULS

A partir des résultats de mesures on peut calculer les vitesses angulaires et les comparer à celles obtenues avec le compte-tours. La vitesse angulaire w_0 mesurée directement par le compte-tours est égale à:

$$w_0 = \frac{pn_0}{30} \quad [\text{rad/s}] \quad (1.8)$$

Les vitesses angulaires calculées à partir des mesures proviennent de l'équation transformée:

$$w_1 = \frac{1}{R} \sqrt{2g(z_R - z_a)} \quad [\text{rad/s}] \quad (1.9)$$

$$w_2 = \frac{2}{R} \sqrt{g(z_R - z_1)} \quad [\text{rad/s}] \quad (1.10)$$

$$w_3 = \frac{2}{R} \sqrt{g(z_1 - z_a)} \quad [\text{rad/s}] \quad (1.11)$$

où:

$$\begin{aligned} R &= 0.0635 \text{ m} \\ g &= 9.81 \text{ m/s}^2. \end{aligned}$$

La vitesse angulaire moyenne est égale à:

$$w_{\text{moy}} = \frac{w_1 + w_2 + w_3}{3} \quad [\text{rad/s}] \quad (1.12)$$

Les résultats de ces calculs seront consignés dans un tableau et donneront lieu à des graphiques.

Il faut comparer les points qui représentent les vitesses angulaires mesurées directement w_0 et les vitesses obtenues indirectement à partir des mesures de hauteurs (graphe 1-3). Les différences entre les vitesses w_0 et w_{moy} doivent être inférieures à $\pm 5\%$, cet écart correspondant à la marge permise par les erreurs de mesures.

Il faut tracer les graphes pour la distribution des surpressions au fond et aux parois du récipient pour toutes les fréquences de rotation (graphe 1-4). Pour les graphes $p_n = f(r)$, on utilisera l'équation (1.4) pour $r = r_0$, et pour les graphes $p_n = f(z)$ on utilisera l'équation (1.7). On peut prendre $r_0 = 1000 \text{ kg/m}^3$. Un exemple de graphe est donné sur la figure 1-4.

Pendant l'exécution des essais, plus spécialement au moment du démarrage et lors de l'arrêt du récipient, il faut observer le comportement des petites corps solides en suspension dans le liquide (billes en plomb et cubes en gomme). On décrira bien leur comportement, surtout lors de la période d'arrêt du récipient qui est particulièrement intéressante.

Tableau des résultats de calculs

#	ω_1	ω_2	ω_3	ω_{moy}	ω_0	$p_n=f(r)$					$p_n=f(z)$
						$r=0$	$r=1/4R$	$r=1/2R$	$r=3/4R$	$r=R$	$z=z_R$
	rad/s					N/m^2					N/m^2
	éq. (1.9)	éq. (1.10)	éq. (1.11)	éq. (1.12)	éq. (1.8)	éq. (1.4)					éq. (1.7)
1											
2											
3											
4											
5											

6. GRAPHES

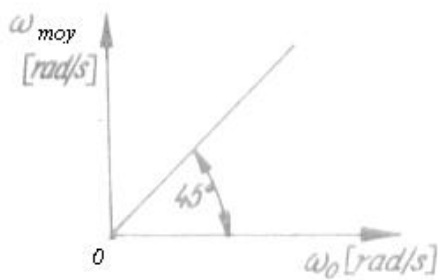
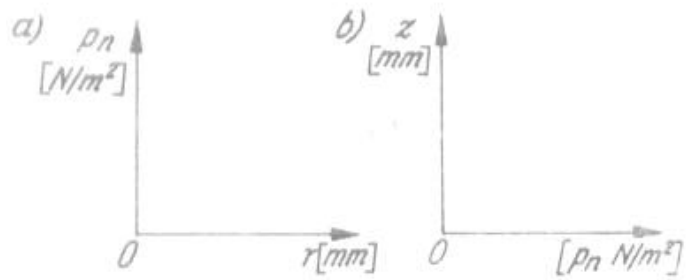
Fig.1.3. Différences entre les vitesses ω_0 et ω_{moy} 

Fig. 1.4. Distribution des surpressions au fond et aux parois de récipient pour toutes les vitesses de rotation

7. NOTES ET REMARQUES

- Evaluer la divergence des résultats obtenus entre les 5 mesures.
- Faire des remarques en ce qui concerne la distribution des surpressions. Pourquoi, en particulier, le tracé du graphe 1-4b est possible à partir de l'équation (1.7) ?
- Expliquer les observations faites pour le comportement des petits objets placés dans le liquide.
- Donner toutes les autres remarques et observations que vous pensez être intéressantes.